

מתכונת 2019

שאלה 1

סעיף א

אפשר לחשב את המרחק לפי האינטגרל של הגרף. המהירות של הדסקית היא 5 מטר לשניה והיא נעה במשך 0.4 שניות:

$$x = 5 \times 0.4 = 2m$$

סעיף ב

(1)

התנע לא נשמר. לפני ההתנגשות התנע הוא:

$$p = mv = 0.25 \times 5 = 1.25 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$$

אחרי ההתנגשות התנע הוא:

$$p = mv = 0.25 \times -5 = -1.25 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$$

כלומר יש שינוי בתנע:

$$\Delta p = -1.25 - 1.25 = -2.5 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$$

(2)

הכוח שהגומיה מפעילה פועל במשך 0.1 שניות. לפי הנוסחה:

$$\Delta p = F \Delta t$$

$$-2.5 = F \times 0.1$$

$$F = -25N$$

כלומר, הכוח הוא בגודל 25 ניוטון לכיוון השלילי של הציר.

סעיף ג

ברגע שהדיסקית מגיעה לנקודה O יש לה מהירות $v = -5 \frac{m}{s}$. אם התלמיד מפעיל עליה כוח $F = 0.5N$

אפשר לחשב את התאוצה שפועלת על הדיסקית:

$$a = \frac{0.5}{0.25} = 2 \frac{m}{s^2}$$

עכשיו אפשר לחשב את הגרף מהירות זמן. בזמן $t = 0$ המהירות היא $v = -5 \frac{m}{s}$ ושיפוע הגרף הוא התאוצה. ניתן גם לחשב את הזמן שלוקח לדיסקית להגיע אל הגומיה לפי נוסחת מקום זמן:

$$2 = -5t + \frac{1}{2} \times 2t^2$$

$$t^2 - 5t - 2 = 0$$

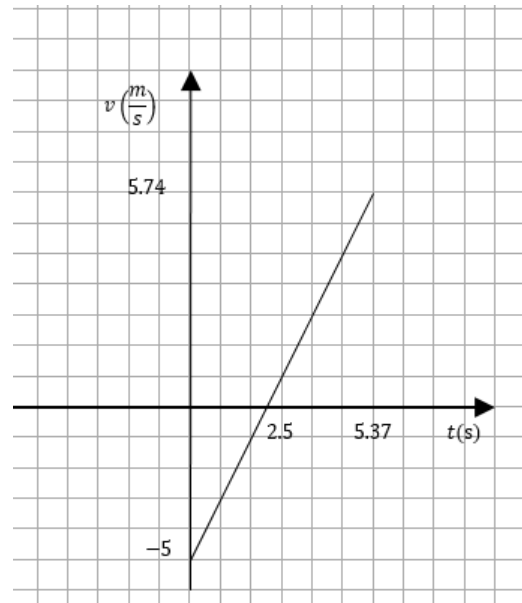
$$t_1 = 5.37s$$

$$t_2 = -0.37s$$

אפשר גם לחשב את המהירות שאליה תגיע הדיסקית בזמן זה (כמובן שמתייחסים לזמן $t=5.37$)

$$v = -5 + 2 \times 5.37 = 5.74 \frac{m}{s}$$

הגרף שמתקבל הוא:



נקודת החיתוך עם ציר ה- y זו נקודת ההתחלה של התנועה, כאשר הגוף בנקודה 0

נקודת החיתוך עם ציר ה- x זו הנקודה שזה המהירות מתאפסת ואז הדיסקית משנה כיוון (משמאלה לימינה)

הנקודה האחרונה בגרף היא הנקודה שבה הדיסקית פוגעת בגומיה.

סעיף ד

המהירות של הדיסקית בציר האופקי לא השתנתה, ולכן כמו במקרה הראשון, יקח לדיסקית 0.4 שניות להגיע לגומיה.

עכשיו אפשר לבדוק לאיזה מרחק **אנכי** תגיע הדיסקית

$$F = 0.1N$$

$$a = \frac{0.1}{0.25} = 0.4 \frac{m}{s^2}$$

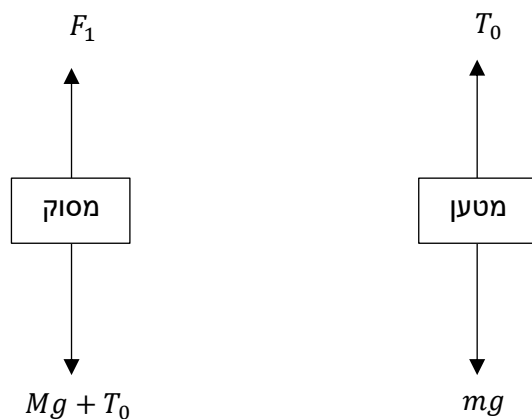
$$y = 0 + 0 \times 0.4 + \frac{1}{2} \times 0.4 \times 0.4^2 = 0.032m$$

אם חצי הגומיה יהיה באורך של 0.032 או יותר, הדיסקית עדיין תפגע בה. אם הגומיה תהיה קצרה מזה, הדיסקית תפספס אותה. כלומר האורך המינימלי של הגומיה הוא $0.032 \times 2 = 0.064m$

שאלה 2

סעיף א

(1)



(לא נתונה מסת המטען, נניח שזה m)

(2)

$$T_0 = mg$$
$$m = \frac{T_0}{g}$$

סעיף ב

(1)

אפשר להתייחס למערכת של המסוק והמטען בלי להתייחס למתיחות:

$$F_2 = (M + m)a = \left(M + \frac{T_0}{g}\right)a = \left(M + \frac{T_0}{g}\right)a$$

(2)

נבדוק את הכוחות על המטען:

$$T_0 - mg = ma$$
$$T_0 = mg + ma$$

ניתן לראות כי המתיחות גבוהה יותר מהמתיחות במצב הקודם, כי היא שווה ליותר ממשקל המטען. לכן, קריאת הדינמומטר תהיה גבוהה יותר.

סעיף ג

קודם כל צריך לבדוק לאיזה גובה מגיע המטען 5 שניות אחרי תחילת התנועה המואצת.

הגובה ההתחלתי הוא:

$$H - L = 100 - 5 = 95m$$

המהירות ההתחלתית היא 0 והתאוצה היא 1.25 מטר לשניה בריבוע כלפי מעלה.

$$h_5 = 95 + 0 \times 5 + \frac{1}{2} \times 1.25 \times 5^2 = 110.625m$$

אנרגיית הגובה של המטען היא:

$$E_p = mgh = \frac{T_0}{g} \times g \times h_5 = \frac{10^3}{10} \times 10 \times 110.625 = 1.10625 \times 10^5 J$$

זוהי, כמובן, גם האנרגיה הקינטית שבה יפגע הגוף בקרקע.

סעיף ד

קריאת הדינמומטר לא אמורה להשתנות. על המטען פועלים המתיחות וכוח הכבידה בלבד, כמו בסעיף הראשון.

שאלה 3

סעיף א

גודל המהירות של הגוף קבוע בכל המסלול. ניתן לחשב אותה לפי הכוח שמפעיל הגוף על המסילה (והמסילה על הגוף)

$$\begin{aligned} N_B &= 1.6N \\ N_B &= \frac{mv_B^2}{R} \\ 1.6 &= \frac{0.1 \times v_B^2}{1} \\ v_B &= v_C = 4 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

סעיף ב

(1)

גרף 1 מתאר את התאוצה המשיקית. הגוף הוא בשיא מהירותו בנקודה A ובמהירות המינימלית בנקודה C. בשתי נקודות אלה, שקול הכוחות הפועל על הגוף ברכיב המשיקי הוא 0. בנקודה B פועל על הגוף הכוח המירבי בכיוון המשיקי (כוח הכבידה). גרף 1 מתאר תאוצה מקסימלית בנקודה B וזה מתאים לתיאור השינוי במהירות ברכיב המשיקי.

גרף 2 מתאר את התאוצה הרדיאלית. משיקולי אנרגיה אפשר לדעת שהמהירות המשיקית היא מקסימלית בנקודה A ומינימלית בנקודה C. לכן, התאוצה הרדיאלית $a_r = \frac{v^2}{R}$ היא המקסימלית בנקודה A והמינימלית בנקודה C. גרף 2 מתאר זאת.

(2)

המהירות בנקודה B היא נמוכה מהמהירות בנקודה A. לכן, לפי חישוב התאוצה הרדיאלית, התאוצה הרדיאלית בנקודה B נמוכה מהתאוצה הרדיאלית בנקודה A

(3)

בגרף 1 מתקבלת נקודת מקסימום משום שכוח הכבידה משיק לכיוון הרדיאלי רק בנקודה B. בשאר המקומות בחצי המעגל, כוח הכבידה מתפצל לשני רכיבים – הרכיב המשיק לתנועה והרכיב בכיוון הרדיאלי. לכן, הרכיב המשיק, בכל מקום שאינו נקודה B, הוא נמוך יותר מרכיב זה בנקודה B.

סעיף ג

תאוצת המקסימום בגרף 1 היא תאוצת הכבידה:

$$a_1 = g = 10 \frac{m}{s^2}$$

את התאוצה הרדיאלית אפשר לחשב לפי המהירות.

את המהירות בנקודה B נמצא לפי שיקולי אנרגיה

$$\begin{aligned} E_{k(B)} + E_{P(B)} &= E_{k(C)} + E_{P(C)} \\ \frac{1}{2} \times m \times v_B^2 + mg \times h_B &= \frac{1}{2} \times m \times v_C^2 + mg \times h_C \\ \frac{1}{2} \times v_B^2 + 10 &= \frac{1}{2} \times 4^2 + 20 \\ v_B^2 &= 36 \\ v_B &= 6 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

לפי המהירות ניתן לחשב את התאוצה הרדיאלית:

$$a_{r(B)} = \frac{6^2}{1} = 36 \frac{m}{s^2}$$

שאלה 4

שאלה 1

(1)

לפי חישובי התנע

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 u_1 + m_2 u_2 \\ m v_1 &= m u_1 + 3 m u_2 \\ (1) v_1 &= u_1 + 3 u_2 \end{aligned}$$

לפי חישובי המהירות בהתנגשות אלסטית:

$$\begin{aligned} v_1 - v_2 &= -(u_1 - u_2) \\ (2) v_1 &= -(u_1 - u_2) \end{aligned}$$

נשווה את שתי המשוואות:

$$\begin{aligned} u_1 + 3 u_2 &= -(u_1 - u_2) \\ u_1 + 3 u_2 &= -u_1 + u_2 \end{aligned}$$

$$2u_1 = -2u_2$$

$$u_1 = -u_2$$

נציב במשוואה (1):

$$v_1 = u_1 + 3u_2 = -u_2 + 3u_2 = 2u_2$$

$$u_2 = \frac{1}{2}v_1$$

(2)

בסעיף הקודם מצאנו כי:

$$u_1 = -u_2$$

לכן, האנרגיה הקינטית של הגוף הכבד גדולה פי 3 מהאנרגיה הקינטית של הגוף הקל:

$$E_1 = \frac{1}{2}mu_1^2$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \times 3mu_2^2$$

$$E_2 = 3E_1$$

האנרגיה הפוטנציאלית המקסימלית של הגוף הכבד תהיה גם כן גדולה פי 3 מהאנרגיה הפוטנציאלית המקסימלית של הגוף הקל. לכן:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{3}$$

סעיף ב

$$u_2 = \frac{1}{2}v_1$$

$$u_2^2 = \frac{1}{4}v_1^2$$

$$mgH = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_1^2 = 2gH$$

$$u_2^2 = \frac{1}{4} \times 2gH = \frac{gH}{2}$$

כעת נמצא את האנרגיה הקינטית של הגוף השני:

$$E_k = \frac{1}{2} \times 3mu_2^2 = \frac{1}{2} \times 3m \times \frac{gH}{2} = \frac{3gmH}{4}$$

אנרגיה זו מומרת לאנרגיה פוטנציאלית, כאשר הגוף השני מגיע לגובה h_2

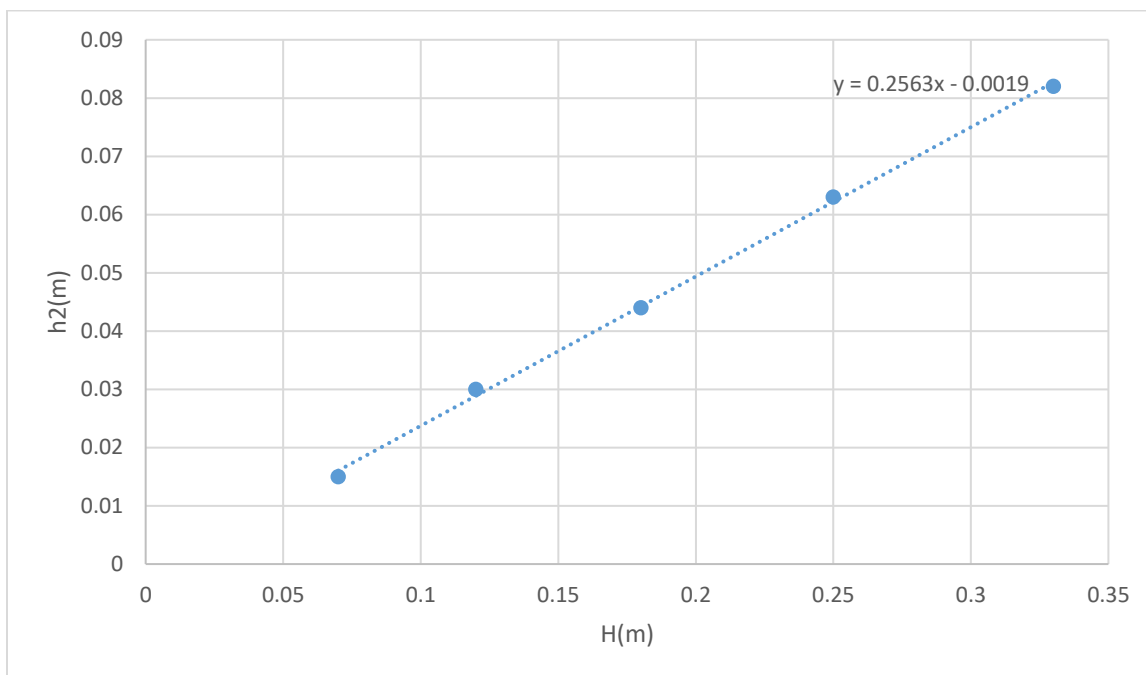
$$E_k = E_p$$

$$\frac{3gmH}{4} = 3mgh_2$$

$$h_2 = \frac{H}{4}$$

סעיף ג

(1)



(2)

ערך השיפוע שנמצא הוא 0.2563. ערך השיפוע המצופה הוא 0.25.

אחוז השגיאה:

$$\frac{0.2563 - 0.25}{0.25} \times 100 = 2.52\%$$

סעיף ד

בהתנגשות פלסטית שני הגופים ינועו כגוף אחד אחרי ההתנגשות:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$$

$$m v_1 = 4 m u$$

$$u = \frac{1}{4} v_1$$

האנרגיה הקינטית של שני הגופים אחרי ההתנגשות תהיה:

$$\frac{1}{2} \times (m + 3m) \times u^2 = \frac{1}{2} \times 4m \times \frac{1}{16} v_1^2 = \frac{1}{8} m v_1^2$$

נשווה לאנרגיה הפוטנציאלית כדי למצוא את הגובה שאליו יגיעו הכדורים:

$$\frac{1}{8} m v_1^2 = (m + 3m) g h$$

$$h = \frac{v_1^2}{32g}$$

מהחישוב בסעיף ב:

$$\begin{aligned}mgH &= \frac{1}{2}mv_1^2 \\v_1^2 &= 2gH \\H &= \frac{v_1^2}{2g}\end{aligned}$$

ניתן לראות כי הפעם

$$\frac{h}{H} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

כלומר, השיפוע יקטן פי 4

שאלה 5

סעיף א

(1)

המשמעות היא שבשניה אחת משלימה התנועה ההרמונית 4 מחזורים.

(2)

עבור מסה של 10 ק"ג, הקפיץ התארך ב- 10 ס"מ:

$$\begin{aligned}mg &= k\Delta l \\10 \times 10 &= k \times 0.1 \\k &= 1000 \frac{N}{m}\end{aligned}$$

סעיף ב

בנקודה P המהירות של הקופסה היא 0. כלומר, הקופסה נמצאת או בקצה התחתון או בעליון. לפני הנקודה P היתה המהירות של הקופסה חיובית, כלומר כלפי מעלה, ולכן, הקופסה היתה בקצה העליון בנקודה P.

סעיף ג

נקודות 20, 40 ו-60 הן למעשה זמני מחזור.

אפשר לחשב את זמן המחזור לפי קבוע הקפיץ:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} = 2\pi \sqrt{\frac{10}{1000}} = \frac{2\pi}{10} = 0.628s$$

כלומר, הערכים שצריכים להיות רשומים הם: 0.628, 1.256, 1.884

סעיף ד

הכוח האלסטי של הקפיץ הוא מינימלי בנקודת שיווי המשקל (כאשר המהירות היא מקסימלית והתאוצה היא אפס). ישנן 6 נקודות בהן המהירות של הקופסה היא בגודל מקסימלי (בערך מוחלט). לכן, במהלך פרק הזמן המוצג בגרף, הכוח האלסטי הגיע לערכו המינימלי 6 פעמים.

סעיף ה

לפי שקול הכוחות:

$$\begin{aligned}mg &= 4 \times k\Delta x \\40 \times 10 &= 4 \times 1000\Delta x \\ \Delta x &= 0.1m\end{aligned}$$

שאלה 6

סעיף א

(1)

$$g_0 = \frac{GM_M}{R_M^2}$$

(2)

$$g_h = \frac{GM_M}{(R_M + h)^2}$$

סעיף ב

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{R_M^2}{(R_M + h)^2} = \frac{(3.4 \times 10^6)^2}{(3.4 \times 10^6 + 5000)^2} = 0.997$$

היחס בין ערכי ה- g קרובים מאוד ל-1, כלומר על מנת לזהות את השינויים בערכים הנמדדים, נדרשים אמצעי מדידה רגישים, שיצליחו למדוד ולהבחין בין ערכים קרובים מאוד.

סעיף ג

(1)

$$\begin{aligned}F_r &= \frac{GM_M m}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \\ v^2 &= \frac{GM_M}{R}\end{aligned}$$

כלומר, קיים יחס הפוך בין הרדיוס לריבוע המהירות. ככל שהרדיוס גדול יותר, המהירות קטנה.

(2)

$$R_{average} = \frac{3800000 + 47972000}{2} = 25,886,000 = 2.59 \times 10^7 m$$

$$v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM_M}} = 2 \times \pi \times 2.59 \times 10^7 \times \sqrt{\frac{2.59 \times 10^7}{6.67 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^{23}}}$$

$$T = 126758.36 \text{ sec} = 35.12h$$

סעיף ד

האנרגיה הדרושה היא אנרגיה קינטית ופוטנציאלית (כוללת):

$$\begin{aligned} R_{apoapsis} &> R_{periapsis} \\ \frac{1}{R_{apoapsis}} &< \frac{1}{R_{periapsis}} \\ \frac{GM_M m}{2R_{apoapsis}} &< \frac{GM_M m}{2R_{periapsis}} \\ -\frac{GM_M m}{2R_{apoapsis}} &> -\frac{GM_M m}{2R_{periapsis}} \end{aligned}$$

כלומר, האנרגיה בנקודה הקרובה יותר היא נמוכה יותר, ולכן התשובה היא (1)