

מתכונת 2018 א

שאלה 1

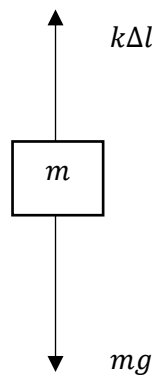
סעיף א

$$\begin{aligned}mg &= k\Delta l \\0.1 \times 10 &= 4 \times \Delta l \\ \Delta l &= 0.25m\end{aligned}$$

סעיף ב

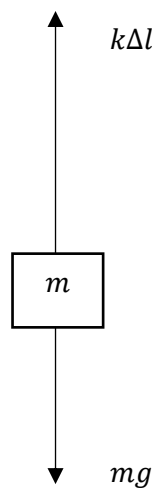
(1)

ניתן לראות שבפרק הזמן $4s \leq t \leq 10s$ הקפיץ נמצא בשיווי המשקל. התארכות הקפיץ שווה למשקל

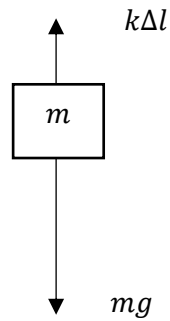


(2)

בפרק הזמן $0s \leq t \leq 4s$ הקפיץ מתארך יותר מאשר בשיווי משקל.



שקול הכוחות הוא לא אפס וכיוונו מעלה. כלומר, הגוף מאיץ למעלה, כמו המעלית.
 בפרק הזמן $10s \leq t < 12s$ התארכות הקפיץ נמוכה משיווי המשקל, כלומר הקפיץ מפעיל פחות כוח.



שקול הכוחות אינו אפס וכיוונו מטה, כמו תאוצה מעלית, כלומר המעלית מאטה את תנועתה לקראת עצירה.

סעיף ג

(1)

לפני השרטוט, נבדוק את התאוצה של הגוף בזמנים השונים:

בזמן $0s \leq t \leq 4s$

$$F = k\Delta l - mg = 4(0.25 + 0.025) - 0.1 \times 10 = 0.1N$$

$$F = ma$$

$$0.1 = 0.1a$$

$$a = 1 \frac{m}{s^2}$$

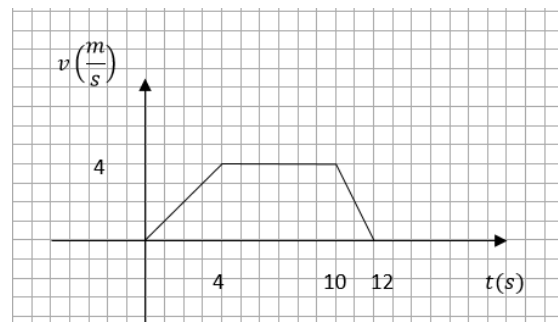
בזמן $10s \leq t \leq 12s$

$$F = k\Delta l - mg = 4(0.25 - 0.05) - 0.1 \times 10 = -0.2N$$

$$F = ma$$

$$-0.2 = 0.1a$$

$$a = -2 \frac{m}{s^2}$$



(2)

המרחק שעשתה המעלית היא השטח שנמצא מתחת לגרף. אפשר לעשות שטח טרפז:

$$h = \frac{6 + 12}{2} \times 4 = 18 \times 2 = 36m$$

הבנין בגובה 40 מטר ויש 10 קומות, כלומר כל קומה בגובה 4 מטר. המעלית הגיעה לקומה $9 = \frac{36}{4}$

(3)

$$v_{average} = \frac{36}{12} = 3 \frac{m}{s}$$

סעיף ד

תנועת המעלית היא פרבולית בתחילת הנסיעה ($0s \leq t \leq 4s$) ובסוף הנסיעה ($10s \leq t \leq 12s$)
באמצע הנסיעה היא במהירות קצובה. הגרף המתאר זאת הוא גרף 1

שאלה 2

סעיף א

$$T_A = mg \times \sin \alpha$$

$$T_B = mg \times \sin \beta$$

סעיף ב

ברגע שמרפים מן החבל, שתי המתיחויות משתוות.

נגדיר את הכיוון ימין ככיוון החיובי:

שקול הכוחות על גוף A:

$$T - mg \sin \alpha = ma$$

שקול הכוחות על גוף B:

$$mg \sin \beta - T = ma$$

נחבר את שתי המשוואות:

$$mg \sin \beta - mg \sin \alpha = 2ma$$

$$a = \frac{g(\sin \beta - \sin \alpha)}{2}$$

$$\alpha < \beta$$

$$\sin \alpha < \sin \beta$$

כלומר, התאוצה חיובית והיא בכיוון ימין, לכיוון גוף B

סעיף ג

$$mg \sin \beta - T = ma$$

$$\begin{aligned}
 T &= mg \sin \beta - ma \\
 T &= mg \sin \beta - m \frac{g(\sin \beta - \sin \alpha)}{2} \\
 T &= \frac{1}{2} mg \sin \beta + \frac{1}{2} mg \sin \alpha \\
 \alpha &< \beta \\
 \sin \alpha &< \sin \beta \\
 \frac{1}{2} mg \sin \beta + \frac{1}{2} mg \sin \alpha &< mg \sin \beta
 \end{aligned}$$

כלומר, המתיחות קטנה:

$$T < T_B$$

סעיף ד

האנרגיה המכנית הכוללת של המערכת לא תשתנה, כי היא פועלת מכוח הכבידה, וכוח זה הוא כוח משמר.

סעיף ה

$$\begin{aligned}
 W &= F \Delta x \\
 W &= ma \Delta x
 \end{aligned}$$

הדרך שעושה הגוף הוא היתר במשולש שבו הניצב מול הזווית β הוא h

$$\begin{aligned}
 \frac{h}{\Delta x} &= \sin \beta \\
 \Delta x &= \frac{h}{\sin \beta} \\
 W &= m \frac{g(\sin \beta - \sin \alpha)}{2} \times \frac{h}{\sin \beta}
 \end{aligned}$$

שאלה 3

סעיף א

מדידה של 10 הקפות מקטינה את טעות הדגימה.

סעיף ב

לא פועל על הגוף כוח בכיוון התנועה שלו, ולכן מהירותו לא משתנה. (אין חיכוך)

סעיף ג

$$\begin{aligned}
 T &= 1.12s \\
 \omega &= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1.12} = 5.61 \frac{rad}{s} \\
 F &= ma_r \\
 16 &= (M + m)\omega^2 l \\
 M + m &= \frac{16}{5.61^2 \times 1} = 0.5084kg
 \end{aligned}$$

$$m = 0.5084 - 0.5 = 0.0084 \text{ kg} = 8.4 \text{ g}$$

סעיף ד

$$mv = (m + M)u$$

$$u = \omega l = 5.61 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$0.0084v = 0.5084 \times 5.61$$

$$v = 339.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

סעיף ה

$$J = \Delta p = mu - mv = 0.0084(5.61 - 339.54) = -2.81 \text{ N} \cdot \text{s}$$

שאלה 4

סעיף א

משיקולי אנרגיה:

$$E_p = E_k$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

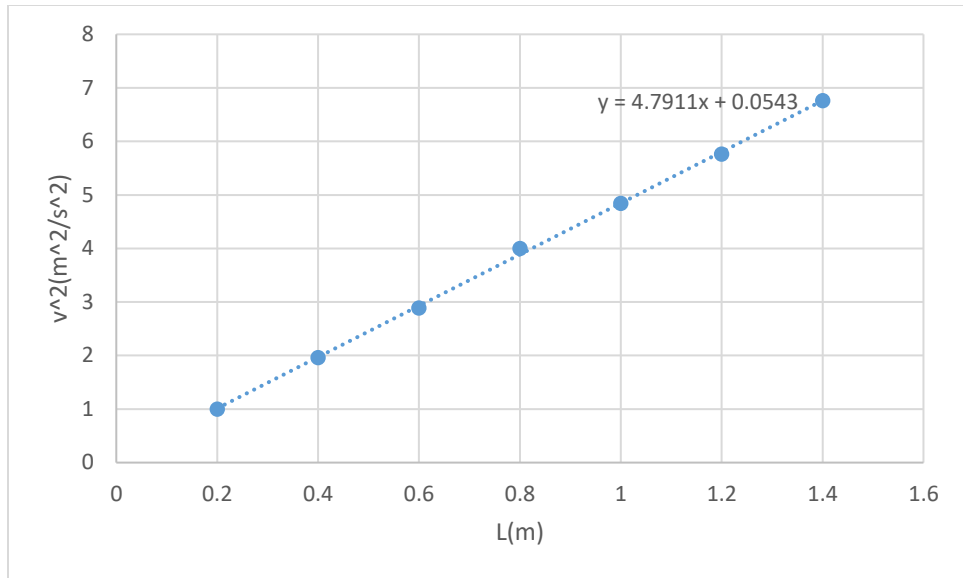
$$gh = \frac{1}{2}v^2$$

$$gL \sin \alpha = \frac{1}{2}v^2$$

$$\frac{v^2}{L} = 2g \sin \alpha$$

סעיף ב

v^2	v	L
1	1	0.2
1.96	1.4	0.4
2.89	1.7	0.6
4	2	0.8
4.84	2.2	1
5.76	2.4	1.2
6.76	2.6	1.4



סעיף ג

(1)

שיפוע הגרף: 4.7911

השיפוע הצפוי הוא:

$$\frac{v^2}{L} = 2g \sin \alpha = 2 \times 10 \times \sin 20 = 6.84$$

השגיאה היחסית:

$$\frac{4.7911 - 6.84}{6.84} \times 100 = -29.95\%$$

(2)

התלמידה צודקת כי השגיאה היחסית היא גדולה מ-20%

סעיף ד

האנרגיה הקינטית נוצרת מהעבודה שנעשית על המסה.

$$W = F\Delta x = \frac{1}{2}mv^2$$

שקול הכוחות הפועל על הגוף כולל גם את החיכוך:

$$F = ma = mg \sin \alpha - \mu N$$

$$F = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$W = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot L = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v_c^2 = 2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot L$$

סעיף ה

לפי החישוב בסעיף ד

$$v_c^2 = 2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot L$$
$$\frac{v^2}{L} = 2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

שיפוע הגר, שמצאנו הוא 4.7911

$$2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 4.7911$$
$$20(\sin 20 - \mu \cos 20) = 4.7911$$
$$\mu = 0.11$$

שאלה 5

סעיף א

(1)

$$\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$$

במילים: יחס ריבועי זמני ההקפה של שני כוכבי לכת מסביב לשמש פרופורציונאלי ליחס המרחקים שלהם מהשמש בחזקת שלוש.

(2)

כן, אין קשר למישור הסיבוב, כל עוד הגופים מסתובבים סביב השמש.

סעיף ב

$$\rho_E = \frac{M_E}{V_E}$$
$$V_E = \frac{4}{3}\pi R_E^3$$
$$\rho_E = \frac{3M_E}{4\pi R_E^3}$$

כמו כן ידוע:

$$g = \frac{GM_E}{R_E^2}$$
$$M_E = \frac{gR_E^2}{G}$$

ולכן:

$$\rho_E = \frac{3g}{4\pi GR_E}$$

(2)

$$\begin{aligned}
 M &= 1.3 \times 10^{22} kg \\
 \rho &= 2000 \frac{kg}{m^3} \\
 \rho &= \frac{3M}{4\pi R^3} \\
 R &= \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 1.3 \times 10^{22}}{4\pi \times 2000}} = 1.16 \times 10^6 m \\
 g &= \frac{GM}{R^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 1.3 \times 10^{22}}{(1.16 \times 10^6)^2} = 0.64 \frac{m}{s^2}
 \end{aligned}$$

סעיף ג

(1)

$$T = 24h = 86400s$$

נשתמש בחוק קפלר כדי לקבוע את רדיוס הסיבוב שלו:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{R_{satellite}}{R_{moon}}\right)^3 &= \left(\frac{T_{satellite}}{T_{moon}}\right)^2 \\
 \left(\frac{R_s}{3.84 \times 10^8}\right)^3 &= \left(\frac{1}{27.3}\right)^2 \\
 R_{satellite} &= 4.2 \times 10^7 m
 \end{aligned}$$

$$F = \frac{GMm}{R^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.974 \times 10^{24} \times 1}{(4.2 \times 10^7)^2} = 0.226N$$

(2)

אם אותה משקולת נמצאת על מסוק בגובה נמוך, התנועה אינה נובעת מכוח רדיאלי, ולכן הכוח הנורמל הוא mg

סעיף ד

האנרגיה הכוללת של לוויין במסלול מעגלי היא:

$$E = -\frac{GMm}{2r}$$

האנרגיה הכובדית של הלוויין כשהוא על פני כדור הארץ היא:

$$U_G = -\frac{GMm}{r}$$

תוספת האנרגיה היא ההפרש בין שתי האנרגיות:

$$\Delta E = E - U_G$$

$$\Delta E = -GMm \left(\frac{1}{2 \times (6.38 \times 10^8 + 3.59 \times 10^7)} - \frac{1}{6.38 \times 10^8} \right)$$

$$\Delta E = -6.67 \times 10^{-11} \times 5.794 \times 10^{24} \times 800 \left(\frac{1}{2 \times (6.38 \times 10^8 + 3.59 \times 10^7)} - \frac{1}{6.38 \times 10^8} \right)$$

$$\Delta E = 2.88 \times 10^8 J$$

שאלה 6

סעיף א

$$k\Delta l = mg$$

$$\Delta l = \frac{mg}{k}$$

סעיף ב

$$F = k(\Delta l - A)$$

סעיף ג

כאמור, התלמיד משחרר את הגוף ממנוחה ולכן המהירות ההתחלתית שלו בזמן $t=0$ היא 0. האפשרויות הן גרף א' או ג'. גרף ג' נפסל כי המהירות היא לא קבועה, אלא משתנה. לכן הגרף המתאים הוא א'.

סעיף ד

הגרף המתאים הוא גרף א'. הוא מתאר את שינוי הכוח בתדירות התנועה של הגוף. הכוח שהקפיץ מפעיל על הגוף הוא אף פעם לא שלילי, אבל הוא משתנה בהתאם להתארכות שלו. גרף א' מתאר את ההשתנות הזו.

אפשר לעשות גם חישוב של התארכות הקפיץ והכוח:

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{1 \times 10}{100} = 0.1m$$

$$F = k\Delta l = 100 \times 0.1 = 10N$$

בתחילת התנועה:

$$F = k(\Delta l - A) = 100(0.1 - 0.05) = 5N$$

נתונים אלה תואמים גם את גרף ג'

סעיף ה

(1)

שני דברים משתנים בעקבות שינוי המסה – זמן המחזור והמהירות.

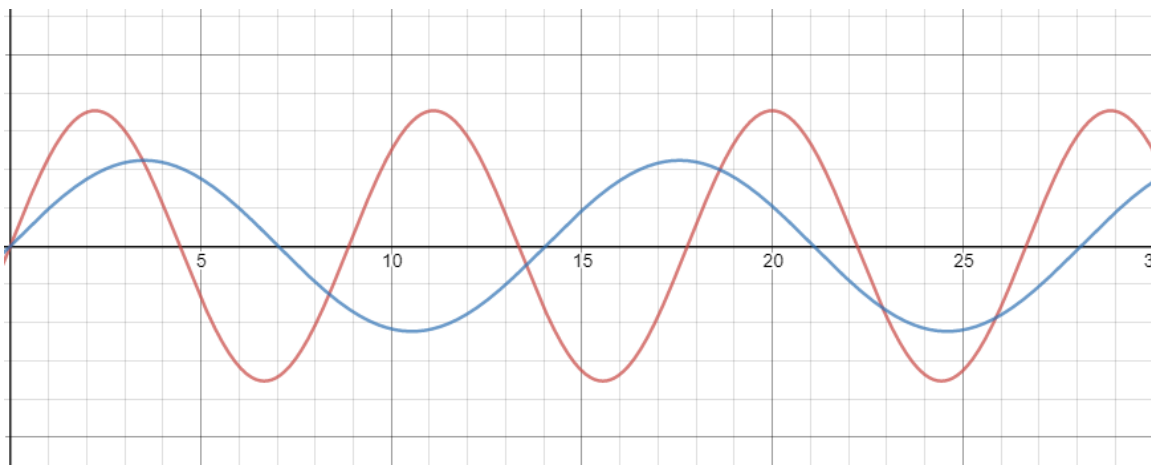
$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$
$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$$
$$v = -\sqrt{\frac{c}{m}} A \sin\left(\sqrt{\frac{c}{m}} t + \phi\right)$$

כלומר, הגדלת המסה תקטין את המהירות

כמו כן:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

כלומר, הגדלת המסה תגדיל את זמן המחזור



הגרף הכחול מתאר את השינוי (זמן המחזור גדל והמהירות המקסימלית קטנה)

(2)

הכוח השקול כתלות במקום:

$$F = ma = m\omega^2 x$$
$$F = m \times \frac{c}{m} \times x = cx$$

הכוח השקול אינו תלוי במסה, אלא רק במשרעת.

(3)

הכוח השקול לא משתנה, אבל כוח הכובד משתנה. לכן הכוח שהקפיץ מפעיל חייב להשתנות. הוא גדל באותה מידה שכוח הכובד גדל.