

מתכונת 2016 א

שאלה 1

סעיף א

גרף 1 מתאים לאופנוע. הוא מתחיל במהירות 180 קמ"ש ומאט את מהירותו עד עצירה כעבור 25 שניות. כיוון התנועה של האופנוע הפוך לכיוון התנועה של המכונית והג'יפ.

גרף 2 מתאים למכונית. היא נשארת במנוחה 2 שניות ואז היא מאצה ממנוחה עד שמגיעה למהירות קבועה בשניה 27:

$$v_{car} = \frac{875 - 625}{32 - 27} = \frac{250}{5} = 50 \frac{m}{s} = 180 kmh$$

גרף 3 מתאים לג'יפ. הוא נוסע במהירות קבועה:

$$v_{jeep} = \frac{100}{4} = 25 \frac{m}{s} = 90 kmh$$

סעיף ב

המהירות המקסימלית המותרת היא 180 קמ"ש. אף כלי רכב לא עובר מהירות זו.

סעיף ג

(1)

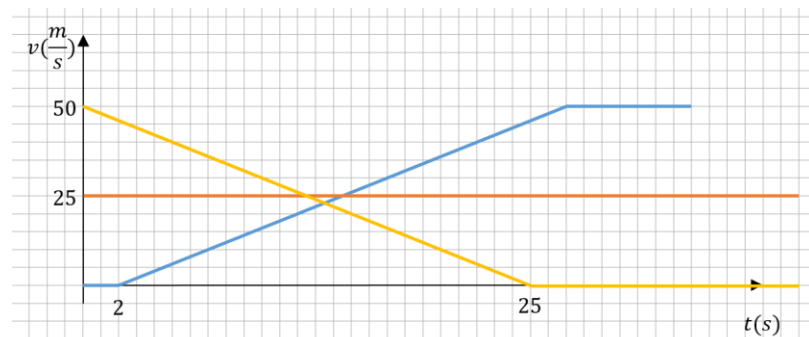
האופנוע מאט ממהירות 50 מטר לשניה למנוחה ב- 23 שניות:

$$\begin{aligned} v_t &= v_0 + at \\ 0 &= 50 + 25a \\ a &= -2 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

המכונית מאיצה ממנוחה ל- 50 מטר בשניה ב- 25 שניות:

$$\begin{aligned} v_t &= v_0 + at \\ 50 &= 0 + 25a \\ a &= 2 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

(2)



מכונית, ג'יפ, אופנוע

(3)

בזמן $t=0$ נמצאות המכונית והג'יפ באותה נקודה. בזמן שבו המהירויות שלהן משתוות, אפשר להשוות את המיקום שלהן לפי השטח שמתחת לגרף. ברור שהשטח של הג'יפ גדול יותר מזה של המכונית, כלומר המכונית מפגרת אחרי הג'יפ.

כמו כן, ניתן לראות כי המהירויות משתוות בזמן $t=13.5s$ לעומת זאת בגרף מקום זמן בשאלה, המכונית והג'יפ נפגשים שוב רק בזמן $t=29s$

סעיף ד

$$x = \frac{25 \times 50}{2} = 625m$$

$$t = 25s$$

$$v_{average} = \frac{625}{25} = 25 \frac{m}{s}$$

שאלה 2

סעיף א

(1)

$$a_A = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

(2)

המרחק ישאר קבוע משום ששני הגופים נעים באותה תאוצה (התאוצה לא תלויה במסה)

סעיף ב

התלמיד צודק, שני הגופים נעים בתאוצה זהה ואינם מפעילים כוח אחד על השני.

סעיף ג

שקול הכוחות הפועל על הגופים A+B ביחד בציר המקביל לשיפוע:

$$F = m_A g \sin \alpha - \mu m_A g \cos \alpha + m_B g \sin \alpha = a(m_A + m_B)$$

כעת ניתן לחשב את התאוצה:

$$a = \frac{m_A g \sin \alpha - \mu m_A g \cos \alpha + m_B g \sin \alpha}{m_A + m_B}$$

$$a = \frac{10 \sin 30 - 0.2 \times 10 \cos 30 + 40 \sin 30}{5}$$

$$a = 10 \sin 30 - 0.4 \cos 30$$

התאוצה של גוף B בלי ההשפעה של גוף A היא:

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$a = 10 \sin 30 - 2 \cos 30$$

ההפרש בין התאוצות:

$$10 \sin 30 - 0.4 \cos 30 - (10 \sin 30 - 2 \cos 30) = 1.6 \cos 30$$

הכוח שגוף A מפעיל על גוף B הוא הכוח שגורם לתאוצה זו:

$$F_{A \rightarrow B} = m_B \times 1.6 \cos 30 = 0.5 \times 1.6 \cos 30 = 0.693N$$

כמובן שהכוח ש B מפעיל על A שווה לו והפוך בכיוונו.

סעיף ד

התאוצה של המערכת היא:

$$a = 10 \sin 30 - 0.4 \cos 30 = 4.65 \frac{m}{s^2}$$

ניתן לחשב את המהירות הסופית לפי:

$$v_t^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$v_t^2 = 2 \times 4.65 \times 2 = 18.6 \frac{m^2}{s^2}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2 + 0.5) \times 18.6 = 23.27J$$

סעיף ה

אם גוף A יהיה לפני גוף B, הרי שהתאוצה של גוף A תהיה גבוהה יותר. גוף A יתרחק מגוף B ויגיע למטה מהר יותר. למעשה לא יהיה כל מגע בין שני הגופים ולכן הם גם לא יפעילו כוח אחד על השני.

שאלה 3

סעיף א

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 1.5} = \sqrt{30} \frac{m}{s} = 5.47 \frac{m}{s}$$

סעיף ב

(1)

ניתן להניח שימור תנע משום שאין חיכוך, כלומר אין כוחות לא משמרים במערכת.

(2)

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$$

$$u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{0.05 \times \sqrt{30} + 0.003 \times 250}{0.053} = 19.32 \frac{m}{s}$$

סעיף ג

נחשב את השינוי בתנע של הקליע:

$$\Delta p = mv - mu = 0.003(250 - 19.32) = 0.0388 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$$

הגודל המחושב הוא שיעור המתקף.

גודל זה מהווה את השטח של הגרף המופיע בסעיף:

$$\frac{F \times 2}{2} = 0.0388$$

$$F = 0.0388N$$

סעיף ד

$$W = \Delta E = \frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 0.003(250^2 - 19.32^2) = 93.75J$$

סעיף ה

התשובה היא חיובית. בעקבות ההתנגשות, עלתה המהירות של הגוף והאנרגיה הקינטית שלו. לפיכך, האנרגיה הפוטנציאלית תהיה גבוהה יותר, והוא ינתק מקצהו העליון של המדרון.

שאלה 4

סעיף א

(1)

כיוון התאוצה הוא שמאלה. הקפיץ התארך ולכן הוא מפעיל כוח על המסה כלפי שמאלה. התארכות הקפיץ נובעת מתאוצת הצינור לכיוון זהה – שמאלה.

(2)

$$F = kx = ma$$

$$a = \frac{kx}{m}$$

סעיף ב

(1)

ניתן לראות כי התאוצה היא 0, כלומר, המסה נמצאת בראשית ציר המקום. בנקודה זו לא פועל על המסה כוח.

(2)

$$a_{\text{maximum}} = \omega^2 A$$

$$A = \frac{a}{\omega^2} = \frac{aT^2}{4\pi^2} = \frac{0.05 \times 4^2}{4\pi^2} = 0.02m$$

סעיף ג

(1)

המהירות היא מקסימלית, כאשר המסה נמצאת בראשית ציר המקום. כלומר, בזמנים $t = 0s, 2s, 4s, 6s$

(2)

$$v = \omega A = \frac{2\pi}{T} \times A = \frac{2\pi}{4} \times 0.02 = 0.03 \frac{m}{s}$$

סעיף ד

(1)

זמן המחזור לא משתנה, כי הוא מושפע רק מהמסה ומקבוע הקפיץ. שני אלו לא השתנו.

(2)

תאוצה כפולה מעידה על כוח כפול. כוח כפול נובע מהתארכות כפולה. לכן ההתארכות המקסימלית הוכפלה.

(3)

האנרגיה המכנית הכוללת גדלה פי 4. האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית נתונה בנוסחה:

$$U_{sp} = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

אם ההתארכות הוכפלה, האנרגיה הפוטנציאלית גדלה פי 4.

שאלה 5

סעיף א

(1)

$$m = 750kg$$

$$T = 95min = 5700s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a = \omega^2 R$$

$$F = ma$$

$$\frac{GMm}{R^2} = m\omega^2 R$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.974 \times 10^{24} \times 5700^2}{4\pi^2}} = 6.89 \times 10^6$$

(2)

$$v = \omega R = \frac{2\pi}{5700} \times 6.89 \times 10^6$$

$$v = 7601.5 \frac{m}{s}$$

סעיף ב

הכוח הפועל על הבובה הוא הכוח שמפעיל עליה הקפיץ. כוח זה שווה לכוח הרדיאלי:

$$F = \frac{GM_E m_{doll}}{R^2}$$

סעיף ג

האנרגיה הכוללת של לוויין במסלול מעגלי היא:

$$E = -\frac{GMm}{2R}$$

ככל שהרדיוס גדל, הגודל של $\frac{GMm}{2R}$ קטן. אולם, בגלל שהגודל הוא שלילי, הרי שהאנרגיה הכללית גדלה.

סעיף ד

אם הם נופלים אנכית אל הארץ, סימן שכל האנרגיה הקינטית של הגופים הפכה לאנרגיית חום.

כמו כן, התנע של הגופים לאחר ההתנגשות היא 0 ולכן ניתן להסיק כי:

$$m_{satellite} v_{satellite} - m_{meteorite} v_{meteorite} = 0$$
$$v_{meteorite} = \frac{750 \times 7601.5}{250} = 22804.5 \frac{m}{s}$$

עכשיו אפשר לחשב את האנרגיות הקינטיות של שני הגופים כדי למצוא את כל האנרגיה שהומרה לאנרגיית חום:

$$E = \frac{1}{2} \times 750 \times 7601.5^2 + \frac{1}{2} \times 250 \times 22804.5^2 = 8.67 \times 10^{10} J$$

סעיף ה

השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית מהמסלול ועד פני כדור הארץ:

$$\Delta U_p = -\frac{GMm}{r_E} + \frac{GMm}{r}$$
$$\Delta U_p = -(6.67 \times 10^{-11} \times 5.974 \times 10^{24} \times (750 + 250)) \times \left(\frac{1}{6.38 \times 10^6} - \frac{1}{6.89 \times 10^6} \right)$$
$$\Delta U_p = -4.62 \times 10^9 J$$

אנרגיה זו הומרה לאנרגיה קינטית:

$$4.62 \times 10^9 = \frac{1}{2} (250 + 750) v^2$$
$$v = 3040.7 \frac{m}{s}$$