

מתכונת 2015

שאלה 1

סעיף א

t_1 הוא הזמן שלקח לנמלה להגיע למרחק של 0.2 מטר:

$$v = 0.1 \frac{m}{s}$$
$$x = 0.2m$$
$$t_1 = \frac{0.2}{0.1} = 2s$$

סעיף ב

אחרי שאנו יודעים ששנת אחת מייצגת 2 שניות, אנו יודעים שלקח לנמלה 8 שניות ללכת 0.8 מטר ואז היא מתחילה בתנועה בתאוצה (אז הקו הישר משתנה והופך לפרבולה):

$$x = x + vt + \frac{1}{2}at^2$$
$$0 = 0.8 + 0.1 \times 8 + \frac{1}{2} \times a \times 8^2$$
$$a = -0.05 \frac{m}{s^2}$$

סעיף ג

(1)

כמו הנמלה הראשונה, גם הנמלה השניה, כעבור 8 שניות (9 – 1) תגיע למרחק של 0.8 מטר ומהירותה תהיה 0.1 מטר לשניה.

(2)

המפגש בין הנמלים יכול להתקיים רק אחרי $t = 8s$. עד אז שתי הנמלים נעות בתנועה שוות מהירות במרחק שווה זו מזו.

כדי לבדוק מהו רגע המפגש יש לבנות נוסחת מקום זמן לשתי הנמלים ולהשוות ביניהן:

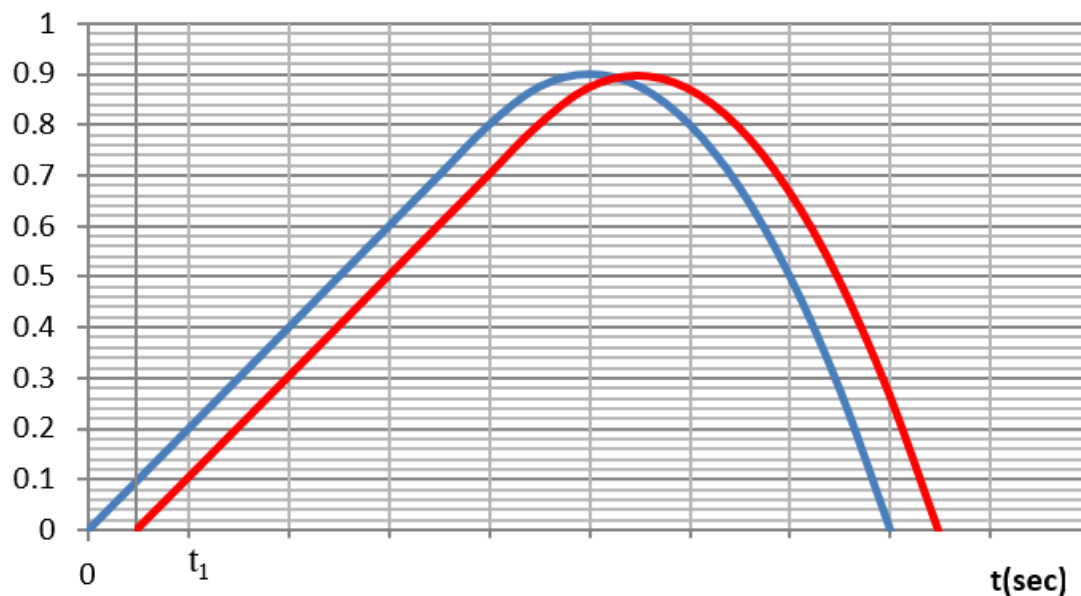
הנמלה הראשונה הגיעה ל- 0.8 מטר, מהירותה 0.1 מטר לשניה והיא מתחילה לנוע בתאוצה $0.05 \frac{m}{s^2}$

הנמלה השניה הגיעה ל- $0.7m = 0.1 \times 7$ ומהירותה 0.1 מטר לשניה.

$$0.8 + 0.1t + \frac{1}{2}(-0.05)t^2 = 0.7 + 0.1t$$
$$0.1 = \frac{1}{2} \times 0.05 \times t^2$$
$$t = 2s$$

זוהי תשובה בעייתית, מכיוון שאחרי $t = 9s$ גם הנמלה השניה מתחילה להאיץ. לכן, עלינו לבדוק את המהירות של הנמלה הראשונה בשניה התשיעית ולמצוא נוסחאות מקום זמן חדשות מזמן $t = 9s$

אפשר לראות זאת בגרף הבא, שבו דרך הנמלה B מופיע באדום לצד גרף הנמלה A:



אם הקו האדום היה ממשיך ישר אחרי השניה התשיעית, היה באמת מתקיים המפגש שחישבנו, אבל זה לא המקרה.

נחשב כעת את מצבן של הנמלים בשניה התשיעית:

נמלה A:

המהירות שלה:

$$v = v_0 + at = 0.1 + 1 \times (-0.05) = 0.05 \frac{m}{s}$$

המקום שלה (נחשב זמן רק מהשניה השמינית, שבו מתחילה התאוצה):

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$x = 0.8 + 0.1 \times 1 + \frac{1}{2} (-0.05) \times 1^2 = 0.875m$$

נמלה B:

המהירות: 0.1 מטר לשניה, המיקום 0.8 מטר והתאוצה $-0.05 \frac{m}{s^2}$

עכשיו משווים ביניהן:

$$0.875 + 0.05t + \frac{1}{2} (-0.05)t^2 = 0.8 + 0.1t + \frac{1}{2} (-0.05)t^2$$

$$0.075 = 0.05t$$

$$t = 1.5s$$

כלומר, הן נפגשות בזמן $t = 1.5s$

סעיף ד

(1)

$$\begin{aligned}v &= 0.1 \frac{m}{s} \\a &= 0.05 \frac{m}{s^2} \\a &= \frac{v^2}{r} \\r &= \frac{v^2}{a} = \frac{0.1^2}{0.05} = 0.2m\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}v &= \omega r \\ \omega &= \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T} \\ T &= \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times \pi \times 0.2}{0.1} = 12.56s\end{aligned}$$

סעיף ה

התנועה של נמלה C היא תנועה מעגלית והתאוצה שלה תמיד מכוונת למרכז המעגל. כיוון זה מתלכד עם כיוון התאוצה של נמלה A (שמכוונת לכיוון החור) ברגע הראשון של תנועת נמלה C. מסלול הנמלה C מוצג באדום:



שאלה 2

סעיף א

שקול הכוחות על גוף 1:

$$F - \mu_k m_1 g - T = m_1 a$$

שקול הכוחות על גוף 2:

$$T - \mu_k m_2 g = m_2 a$$

נחבר את המשוואות:

$$F - \mu_k g(m_1 + m_2) = a(m_1 + m_2)$$

$$a = \frac{F - \mu_k g(m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2)}$$

סעיף ב

הכוח השקול הפועל על m_1 קטן יותר כי לפי החוק השני של ניוטון, הכוח נמצא ביחס ישר למסה של הגוף. תאוצת שני הגופים שווה אבל מסתו של גוף 1 קטנה יותר ולכן שקול הכוחות הפועל עליו קטן יותר.

סעיף ג

(1)

הכוח הנורמלי על גוף 2 ישאר אותו דבר, כי בדומה למצב קודם, לא הנורמל שווה למשקלו של הגוף בלבד. לעומת זאת, גודלו של הכוח הנורמלי הפועל על גוף 1 יהיה גדול יותר, כי גוף 1 מפעיל עליו לא רק את משקלו אלא גם $F \sin \alpha$.

(2)

תאוצת הגופים תקטן. זאת משתי סיבות. ראשית, הכוח המושך את הגופים יקטן. אומנם גודלו לא משתנה, אבל ברכיב ה-x הוא קטן. בנוסף, בגלל שהנורמל של גוף 1 יגדל, יגדל גם כוח החיכוך שיפעל על גוף 1 ולכן יקטין את התאוצה.

(3)

המתיחות תקטן. לפי שקול הכוחות על גוף 2, אם התאוצה קטנה, אבל כוח החיכוך לא קטן, הרי שהמתיחות תקטן:

$$T = \mu_k m_2 g + m_2 a$$

סעיף ד

תאוצת הגופים היא:

$$a = \frac{F - \mu_k g(m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$a = \frac{13 - 0.2 \times 10(1 + 3)}{1 + 3} = 1.25 \frac{m}{s^2}$$

נבדוק את המרחק שעשו הגופים בין $t = 2s$ עד $t = 4s$

$$\Delta x = x_4 - x_2 = \frac{1}{2} \times 1.25 \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 1.25 \times 2^2 = 7.5m$$

העבודה על גוף 1:

$$W = F\Delta x = m_1 a \Delta x = 1 \times 1.25 \times 7.5 = 9.375J$$

העבודה על גוף 2:

$$W = F\Delta x = m_2 a \Delta x = 3 \times 1.25 \times 7.5 = 28.125J$$

שאלה 3

סעיף א

(1)

התנע הכולל של המערכת נשמר לפי חוק שימור התנע. לא פעל על הגופים שום כוח שאינו משמר ולכן אין סיבה לכך שהתנע לא יישמר

(2)

התנע הכולל של דיסקת 2m לא נשמר מכיוון שתנע הוא גודל וקטורי וכיוון התנועה של הדיסקית השתנה.

סעיף ב

בציר ה-x

$$2mv = mu \cos \alpha$$

בציר ה-y

$$mv = 2mv - mu \sin \alpha$$
$$mu \sin \alpha = mv$$

נחלק את שתי המשוואות:

$$\tan \alpha = \frac{1}{2}$$
$$\alpha = 26.57^\circ$$

עכשיו ניתן למצוא את u:

$$u = \frac{2v}{\cos \alpha} = \frac{2v}{0.894} = 2.24v$$

סעיף ג

האנרגיה הקינטית לפני ההתנגשות:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \times 2mv^2 = 1.5mv^2$$

האנרגיה הקינטית אחרי ההתנגשות:

$$\frac{1}{2} \times 2mv^2 + \frac{1}{2}mu^2 = 3.5mv^2$$

סעיף ד

(1)

נחשב את המתקף לפי השינוי בתנע:

$$\Delta p_x = 0 - 2mv = -2mv$$
$$\Delta p_y = -2mv - 0 = -2mv$$

גודל המתקף לפי משפט פיתגורס:

$$J = \sqrt{\Delta p_x^2 + \Delta p_y^2} = mv\sqrt{8}$$

(2)

וקטור המתקף נמצא ברביע השלישי משום ששני השינויים של התנע היו בחלקים השליליים של הצירים.

שאלה 4

סעיף א

$$R = 9000km = 9 \times 10^6m$$

$$\rho = 2000 \frac{kg}{m^3}$$

$$M = \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3 = 2000 \times \frac{4}{3}\pi \times (9 \times 10^6)^3 = 6.11 \times 10^{24}kg$$

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6.11 \times 10^{24}}{(9 \times 10^6)^2} = 5.03 \frac{m}{s^2}$$

סעיף ב

לפי שקול הכוחות:

חשוב לזכור להציב את תאוצת הכבידה הנתונה

$$F_r = mg - N$$

$$F_r = mg - \frac{1}{2}mg = \frac{1}{2}mg = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 5 = 3.75N$$

$$F_r = ma_r = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_r \times r}{m}} = \sqrt{\frac{3.75 \times 0.4}{1.5}} = \sqrt{1} = 1 \frac{m}{s}$$

סעיף ג

(1)

כאמור, הגוף מעיק בכוח שגודלו חצי ממשקלו. כלומר

$$N = \frac{1}{2}mg = 3.75N$$

$$f = \mu_k N = 0.2 \times 3.75 = 0.75N$$

(2)

הכוח השקול כולל את הכוח הרדיאלי ואת כוח החיכוך הכוח הרדיאלי פועל מטה וכוח החיכוך פועל לכיוון השלילי של ציר ה- x

גודל הכוח לפי פיתגורס:

$$F = \sqrt{3.75^2 + 0.75^2} = 3.82N$$

כיוון הכוח:

$$\tan \alpha = \frac{0.75}{3.75}$$
$$\alpha = 11.31^\circ$$

כיוון הכוח 11.31 מעלות מתחת לכיוון השלילי של ציר ה- x

סעיף ד

האנרגיה שיש לגוף בנקודה C היא:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 1 + 1.5 \times 5 \times 1.2 = 9.75J$$

לאנרגיה זו נוסיף את האנרגיה שאיבד:

$$E = 9.75 + 2.25 = 12J$$

בנקודה A כל האנרגיה היא בצורה של אנרגיה קינטית:

$$12 = \frac{1}{2} \times 1.5v^2$$
$$v = \sqrt{16} = 4 \frac{m}{s}$$

סעיף ה

במעבר מ- C ל- D המהירות קטנה ולכן הכוח הרדיאלי קטן. הנורמל שווה לכוח הרדיאלי. מכיוון שהכוח הרדיאלי קטן, גם הנורמל קטן. כוח החיכוך נמצא ביחס ישר לנורמל ולכן גם כוח החיכוך קטן.

שאלה 5

סעיף א

אם הלווין נמצא תמיד מעל אותה נקודה, זמן המחזור שלו שווה לזמן המחזור של סיבוב כדור הארץ סביב צירו, כלומר 24 שעות או יממה אחת.

לפי חוק קפלר ונתוני סיבוב הירח:

$$\left(\frac{T}{T_m}\right)^2 = \left(\frac{R}{R_m}\right)^3$$
$$\left(\frac{1}{27.3}\right)^2 = \left(\frac{R}{3.84 \times 10^8}\right)^3$$
$$R = 4.24 \times 10^7$$

סעיף ב

$$v = \omega R = \frac{2\pi}{T} \times R$$
$$v = \frac{2\pi}{1 \times 24 \times 3600} \times 4.24 \times 10^7 = 3083.4 \frac{m}{s}$$

סעיף ג

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.974 \times 10^{24}}{(4.24 \times 10^7)^2} = 0.22 \frac{m}{s^2}$$

סעיף ד

לפי החישוב בסעיף ג:

$$F = mg = 0.005 \times 0.22 = 0.0011N$$
$$\Delta x = \frac{0.0011}{10} = 0.00011m$$

סעיף ה

(1)

אם ההעתק האופקי זהה, אפשר להסיק כי תאוצת הכבידה זהה בשני הכוכבים, שכן הזמן שבו שהה הכדור באוויר היה זהה בשני המקרים. ידוע שהגובה שממנו נזרק הכדור קטן מאוד ביחס לרדיוסים ולכן ניתן להשתמש בנוסחת כוח הכבידה עם הרדיוסים בלבד ולא להוסיף את הגובה:

$$g_E = g_S$$
$$R_E = 2R_S$$
$$\frac{GM_E}{R_E^2} = \frac{GM_S}{R_S^2}$$
$$\frac{M_E}{4R_S^2} = \frac{M_S}{R_S^2}$$
$$\frac{M_E}{M_S} = 4$$

(2)

העובדה שהגובה קטן בהשוואה לרדיוסים איפשרה לנו להשתמש בקירוב:

$$\frac{GM}{(R+h)^2} \approx \frac{GM}{R^2}$$